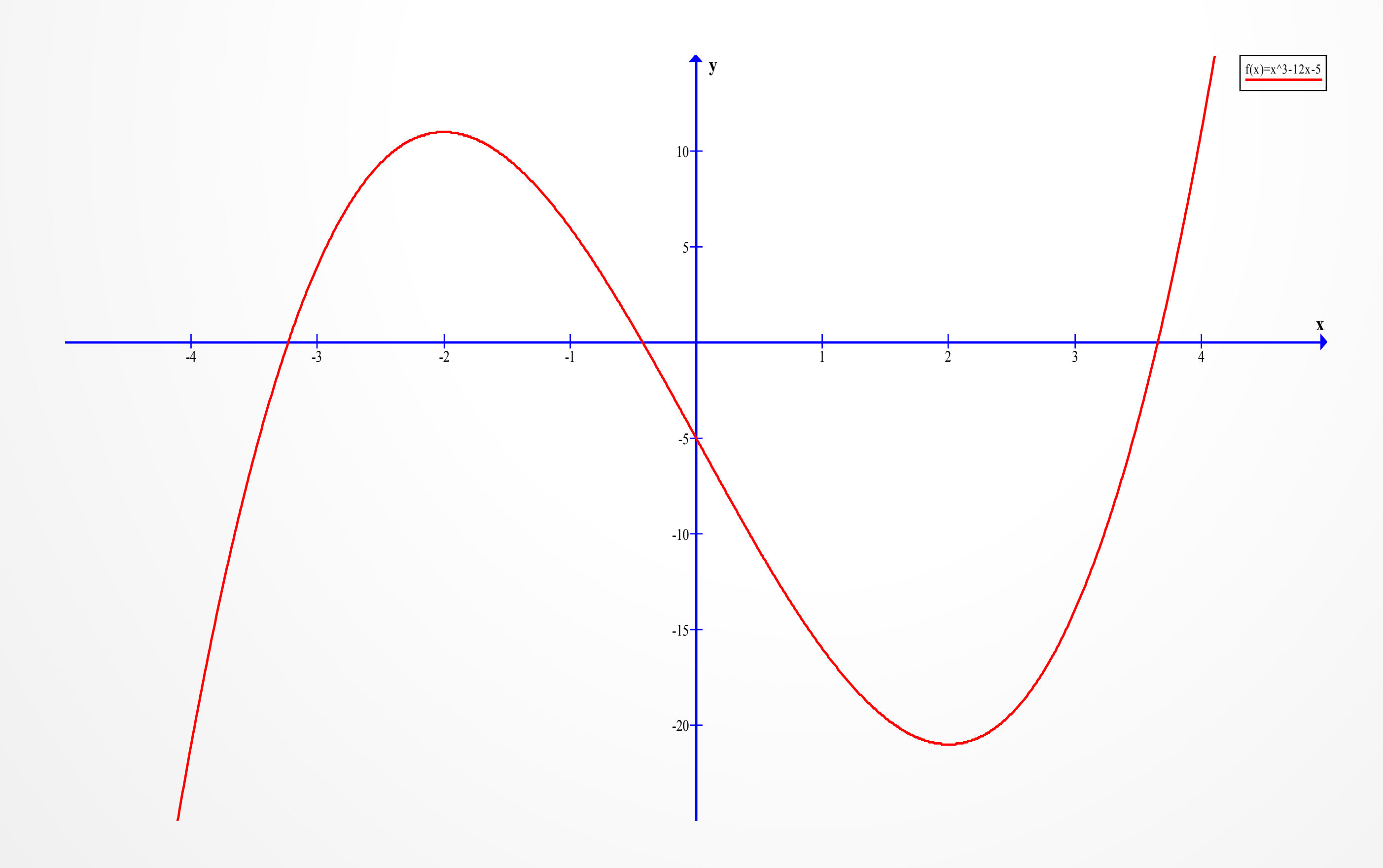
Funções Crescentes e Decrescentes

Suponha que f seja contínua em [a, b] e derivável em (a, b).

- Se $f'(x) > 0$ em cada ponto $x \in (a,b)$, então f é crescente em [a, b].
- Se $f'(x) < 0$ em cada ponto $x \in (a,b)$, então f é decrescente em [a, b].

Exemplo 1

- Determine os pontos críticos de $f(x) = x^3 - 12x - 5$ e identifique os intervalos em que f é crescente e f é decrescente.



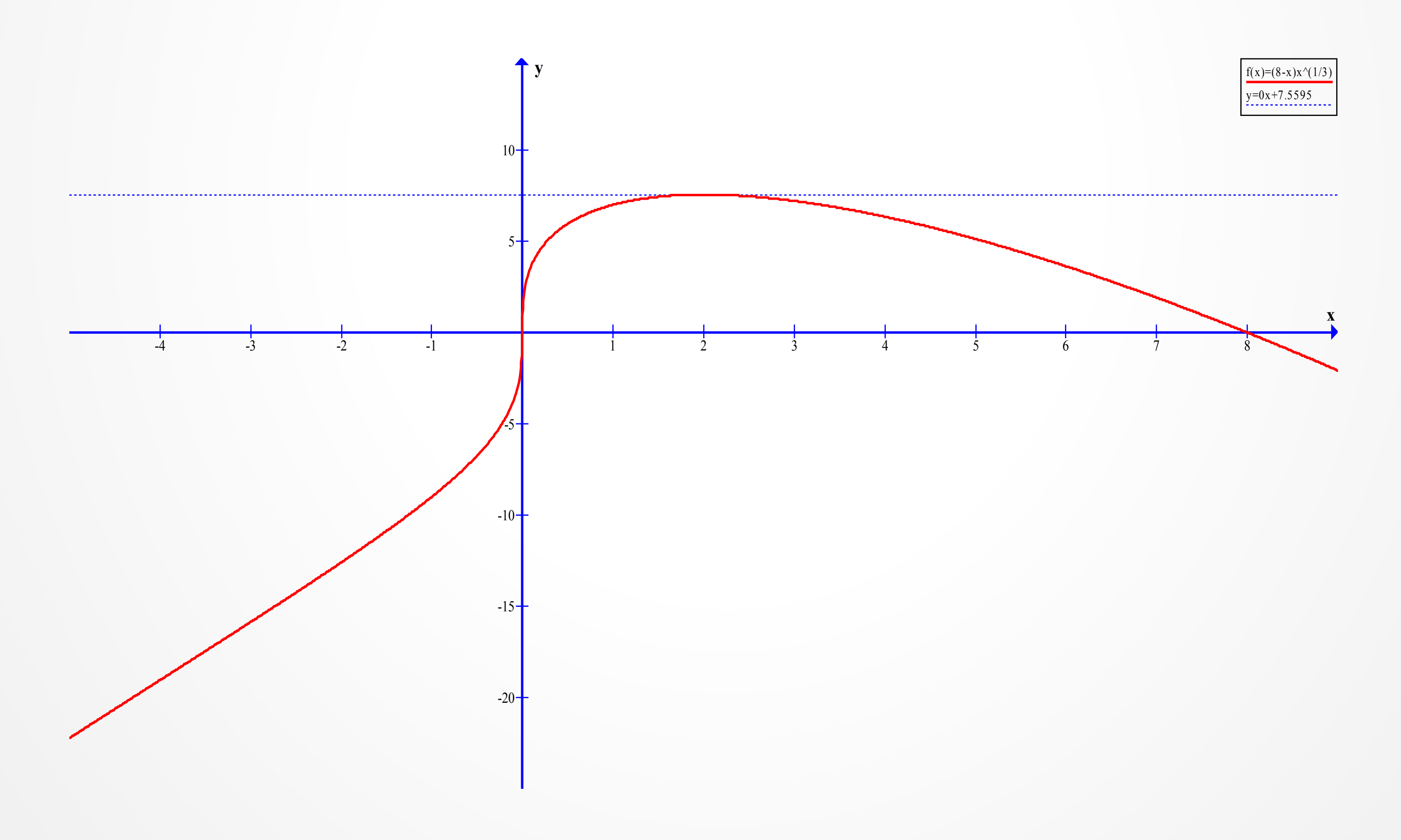
Teste da derivada primeira

Seja c um ponto crítico de f, e suponhamos f contínua em c e diferenciável em um intervalo aberto I contendo c, exceto possivelmente no próprio c.

- (i) Se f ' passa de positiva para negativa em c, então f(c) é máximo local de f.
- (ii) Se f ' passa de negativa a positiva em c, então f(c) é mínimo local de f.
- (iii) Se $f'(x) > 0$ ou $f'(x) < 0$ para todo x em I exceto x=c, então f(c) não é extremo local de f.

Exemplo 2

- Se $f(x) = x^{1/3}(8 - x)$, determine o extremo local de f e trace o gráfico.



Teste da segunda derivada para concavidade

Seja f(x) uma função duas vezes derivável em um intervalo I. O gráfico de f é

- (i) **côncavo para cima** em um intervalo I, se $f'' > 0$ em I.
- (ii) **côncavo para baixo** em um intervalo I, se $f'' < 0$ em I.

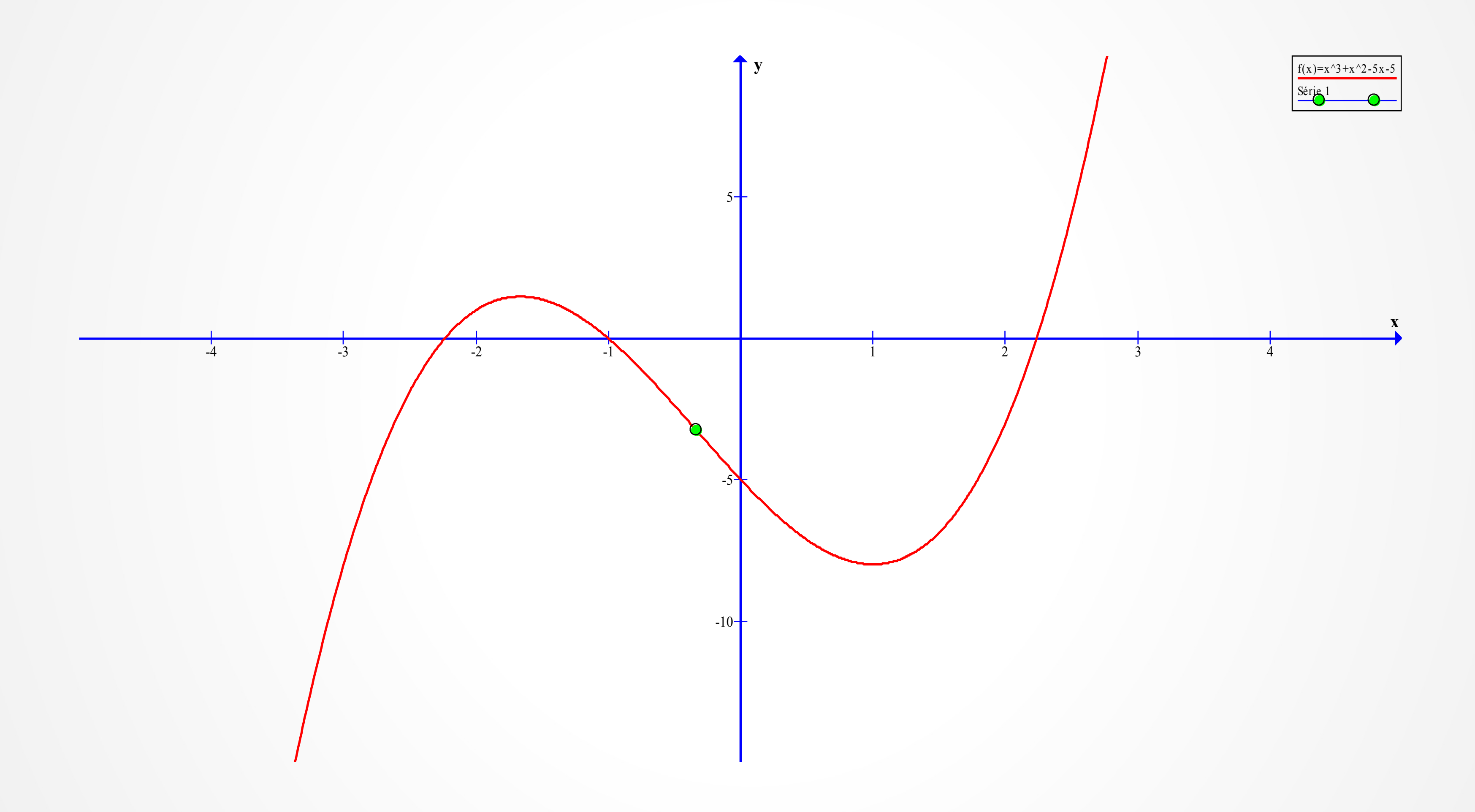
Exemplo 3

- Se $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 5$, determine :

  a) os intervalos em que f é crescente e os intervalos em que f é decrescente.

  b) os intervalos em que o gráfico de f é côncavo para cima ou côncavo para baixo,

  c) os resultados graficamente.



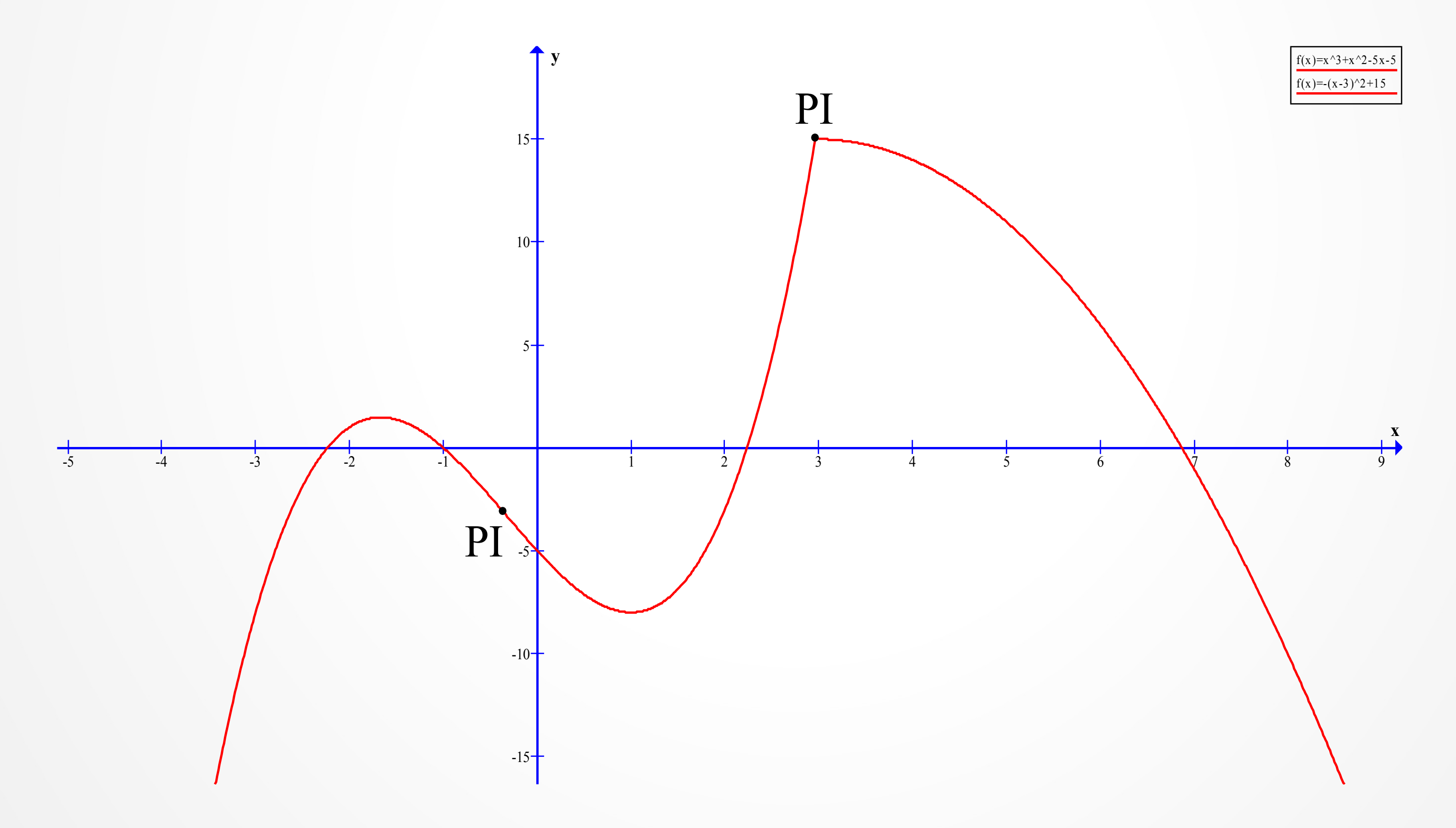
y
x
5
-5
-10
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
f(x)=x^3+x^2-5x-5
Série 1

Definição

Um ponto (c,f(c)) do gráfico de f é um **ponto de inflexão** se são verificadas as duas condições:

- (i) f é contínua em c.
- (ii) a concavidade muda em (c,(f(c)).

- Em um ponto de inflexão (c,f(c)), ou f”(c) não existe ou f”(c) = 0.



Exemplo 4

- Uma partícula se desloca ao longo de uma reta horizontal (positiva a direita) de acordo com a função posição

$$s(t) = 2t^3 - 14t^2 + 22t - 5 \quad , \quad t \geq 0$$

Determine a velocidade e descreva o movimento da partícula.

Teste da segunda derivada

Seja f diferenciável em um intervalo aberto contendo c, e $f'(c) = 0$.

- (i) Se $f''(c) < 0$, então f tem máximo local em c.
- (ii) Se $f''(c) > 0$, então f tem mínimo local em c.
- (iii) Se $f''(c) = 0$ o teste falha. A função pode ter um máximo local, um mínimo local ou nenhum dos dois.

Diretrizes para o traçado de gráficos

- 1 – **Domínio de f**. Achar o domínio de f, isto é, todos os números reais para os quais f(x) é definida.
- 2 – **Continuidade de f**. Determinar se f é contínua em seu domínio e, achar e classificar as descontinuidade.
- 3 – **Interceptos x e y.** Os interceptos-x são as soluções da equação $f(x) = 0$; o intercepto-y é o valor $f(0)$ da função, se existir.

- 4 – **Simetria.** Se f é uma função par, o gráfico é simétrico em relação ao eixo-y. Se f é uma função ímpar, o gráfico é simétrico em relação a origem.
- 5 – **Números críticos e extremos locais.** Achar f'(x) e determinar os números críticos, isto é, os valores de x tais que f'(x) = 0 ou f'(x) não existe. Use o teste da derivada primeira para auxiliar na pesquisa dos extremos locais.

Utilize o sinal de $f'(x)$ para achar os intervalos em que f é crescente ($f'(x) > 0$) ou decrescente ($f'(x) < 0$). Determine se há “bicos” ou pontos de reversão no gráfico.

- 6 – **Concavidade e pontos de inflexão.** Determinar f”(x) e usar o teste da derivada segunda sempre que adequado. Se $f''(x) > 0$ em um intervalo I, o gráfico é côncavo para cima. Se $f'' < 0$ o gráfico é côncavo para baixo. Se f é contínua em c e se f”(x) muda de sinal em c, então P(c,f(c)) é um ponto de inflexão.

- 7 – **Assíntotas.** Identifique todas as assíntotas que possam existir.
- 8 – **Esboce o gráfico.**

Exemplo 5

Esboce o gráfico da função $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$